Cálculo del tamaño de la matriz de iluminancias

M.C. Felipe Martínez Vargas
Contacto: fmtzvargas@gmail.com

3.3.1 Matriz de iluminancias.

Una de las teorías sugeridas por la IESNA[1] para obtener un alto grado de exactitud en los resultados al determinar iluminancias (lx), luminancias (cd/m^2) o intensidades luminosas (cd), a partir de evaluaciones en campo o en laboratorio, o bien al proponer soluciones empleando simuladores de computadora, es la conocida como "Regla de las Cinco Veces". Esta regla es ampliamente utilizada en laboratorios de pruebas fotométricas para determinar el porcentaje de error en los ensayos, ya que a través de la gráfica "curva de error en la iluminancia para mediciones y cálculos fotométricos" (ver figura 2.7) es posible determinar el porcentaje del error a partir de la relación *D/d,* en donde *D,* es la distancia a la que fue colocada la celda fotosensible de la fuente de luz, y *d* es la dimensión máxima de la luminaria o lámpara bajo prueba, ambas dimensiones *D* y *d* deberán expresarse en las mismas unidades.

De acuerdo con esta regla, cuando las luminarias o en algunos casos las lámparas desnudas que son empleadas para iluminar un espacio -ya sea en interiores o al exterior-, se ubican a una distancia del plano de trabajo tal que la relación *D/d* es menor a 5, el error esperado en la evaluación del sistema de iluminación ya sea en campo o en simuladores de computadora será menor del 4%. Señalan estudiosos de la iluminación que la variabilidad resulta aceptable, considerando que los resultados de una evaluación en campo con un mismo sistema de iluminación, y los que se obtienen al simularlo por computadora son prácticamente los mismos. Es por esto que la misma IESNA[2] recomienda que, al evaluar o simular un sistema de iluminación en el que se desea obtener una exactitud de al menos 96%, se realicen lecturas o cálculos (según corresponda), dividiendo el área de trabajo en celdas de igual magnitud, cuyo largo y ancho presenten una dimensión menor o igual a una quinta parte la altura de montaje (*n*). Las lecturas o los cálculos (en el caso de simulaciones), deberán realizarse al centro de dichas celdas, por ejemplo, si se considera el área de un plano de trabajo de 40.00 metros de largo por 20.00 metros de ancho, estará iluminada por lámparas dispuestas uniformemente a 5.00 metros de altura (AM, altura de montaje), y el número de puntos a considerar sería de 800 (20 filas X 40 columnas), esto es:

$$n = \frac{AM}{5} = \frac{5m}{5} = 1m$$

$$filas = \frac{Ancho}{n} = \frac{20m}{1m} = 20$$

$$columnas = \frac{L\arg o}{n} = \frac{40m}{1m} = 40$$

Puede verse que el largo y ancho de cada celda será de un metro, pero en aquellos casos en los que el número de filas o el de columnas sea un valor fraccionario deberá elevarse al entero inmediato superior, reduciendo con ello el ancho o el largo de las celdas, lo cual no

[1] Illuminating Engineering Society of North America (IESNA). ***"Lighting Handbook, Reference and Application"***. 8th edition. Publications Departament IESNA, New York, 1995. pp 388-389.

[2] Illuminating Engineering Society of North America (IESNA). ***"RP-7-91. Industrial Lighting".*** Publications Departament IESNA, New York, 1991. pp 22.

invalida la regla de las cinco veces, ya que aquí las dimensiones serían menores a la quinta parte de la altura de montaje. Por ejemplo, si la altura de montaje fuese de 4.50 metros entonces se obtendría que:

$$n = \frac{AM}{5} = \frac{4.5m}{5} = 0.90m$$
$$filas = \frac{Ancho}{n} = \frac{20m}{0.90m} = 22.22 \rightarrow 23$$
$$columnas = \frac{Largo}{n} = \frac{40m}{0.90m} = 44.44 \rightarrow 45$$

Cuando se divide el espacio en las celdas calculadas, y se realiza la medición de iluminancias o niveles de iluminación, se obtiene un arreglo de valores al que se denomina "Matriz de iluminancias".

La iluminancia promedio (E_{prom}) está dada por el cociente de la suma de las iluminancias (E_i) contenidas en la matriz, entre el número (*n*) de celdas evaluadas (ver ecuación 3.3).

$$E_{prom} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E_i \qquad \text{Ecuación 3.3}$$

El uso de este procedimiento ofrece una gran exactitud, sin embargo el número de lecturas se incrementa notablemente en aquellos casos en los que la altura de montaje de las luminarias se reduce, esto puede demostrarse en el ejemplo anterior, si la altura de montaje se considera ahora de 3.00 metros, el número de celdas se incrementa de 800 (para una AM = 5.00 m) a 2278 (34 filas por 67 columnas):

$$n = \frac{AM}{5} = \frac{3m}{5} = 0.60m$$
$$filas = \frac{Ancho}{n} = \frac{20m}{0.60m} = 33.33 \rightarrow 34$$
$$columnas = \frac{Largo}{n} = \frac{40m}{0.60m} = 66.66 \rightarrow 67$$
$$lecturas = celdas = (filas)(columnas) = (34)(67) = 2278$$

Este incremento en el registro de mediciones trae consigo un procedimiento de evaluación poco práctico, y por el tiempo invertido seguramente costoso, por lo que se considera conveniente proponer una metodología en la que se obtenga un equilibrio entre la exactitud en los resultados y la facilidad en su aplicación, es decir, que este método permita el registro de lecturas en un número menor al propuesto originalmente por la IESNA que sea resultado del cálculo de una muestra estadística, en la que los puntos se localicen sobre el plano de trabajo en una retícula similar a la de la población original, considerando además, que el número de mediciones propuestas, no podrá ser menor al obtenido por el método sugerido en la NOM-025-STPS-1999, garantizando con ello el cumplimiento de la norma.

3.3.2 Matriz muestra de iluminancias.

Debe notarse que, si una población es infinita resulta imposible observar todos sus valores (por ejemplo las iluminancias sobre la superficie del plano de trabajo), y aun si es finita en el caso de ser demasiado grande puede resultar poco práctico o muy costoso observarla por completo, de ahí que es recomendable recurrir a una muestra, es decir una parte de la población e inferir de ella resultados relativos a la población entera.

Para determinar el tamaño de una buena muestra, se deben tomar en cuenta tres factores[3]:

a) El porcentaje de confianza con el cual se quieren generalizar los datos desde la muestra hacia la población total.
b) El porcentaje de error que se pretende aceptar al momento de hacer la generalización.
c) El nivel de variabilidad que se calcula para comprobar la hipótesis.

La confianza o porcentaje de confianza (*Z*), es el porcentaje de seguridad que existe para generalizar los resultados obtenidos. Esto quiere decir que un porcentaje del 100% equivale a decir que no existe ninguna duda para generalizar tales resultados, pero también implica estudiar a la totalidad de los casos de la población. Sin embargo, como se señala al principio de este apartado, para evitar un costo alto en la realización de la investigación, o debido a que en ocasiones llega a ser prácticamente imposible el estudio de todos los casos, entonces se busca un porcentaje de confianza menor. Comúnmente en investigaciones sociales se acepta un índice de confianza del 95%.

El error o porcentaje de error (*E*), equivale a elegir una probabilidad de aceptar una hipótesis que sea falsa como si fuera verdadera, o la inversa: rechazar la hipótesis verdadera por considerarla falsa. Al igual que en el caso de la confianza, si se quiere eliminar el riesgo del error y considerarlo como 0%, entonces la muestra es del mismo tamaño que la población, por lo que conviene correr un cierto riesgo de equivocarse. Comúnmente se aceptan porcentajes de error entre el 4% y el 6%. Debe aclararse que la confianza y el error no son complementarios.

La variabilidad es la probabilidad (o porcentaje), con la que se aceptó y se rechazó la hipótesis que se quiere investigar, y el porcentaje con que se aceptó tal hipótesis se denomina variabilidad positiva y se denota por p, mientras que el porcentaje con el que se rechazó la hipótesis es la variabilidad negativa, denotada por q.

Debe considerarse que p y q si son complementarios, y que su suma es igual a la unidad ($p+q=1$). Además, cuando se habla de la máxima variabilidad, en el caso de no existir antecedentes sobre la investigación (no hay otras o no se pudo aplicar una prueba previa), entonces los valores de variabilidad son iguales, correspondiéndoles a p y q valores de 0.5 a cada una.

Cuando se conoce el tamaño de la población, el tamaño de la muestra puede obtenerse aplicando la ecuación 3.4[4].

[3] Lohr, S.L. ***"Muestreo: Diseño y Análisis"***, 1ª edición. Internacional Thomson Editores. México, D.F. 2000. pp 1-21.

$$n = \frac{Z^2 pqN}{NE^2 + Z^2 pq}$$ Ecuación 3.4

En donde: *n* es el tamaño de la muestra, *Z* es el nivel de confianza, *p* es la variabilidad positiva, *q* es la variabilidad negativa, *N* es el tamaño de la población y *E* es la precisión o el error.

Debe aclararse que debido a que la variabilidad y el error se pueden expresar por medio de porcentajes, deberán convertirse todos estos a valores fraccionarios. También hay que tomar en cuenta que el nivel de confianza no es un porcentaje, ni la proporción que le correspondería, a pesar de que se expresa de esta forma. El nivel de confianza se obtiene a partir de la distribución normal estándar, pues la proporción correspondiente al porcentaje de confianza, es el área simétrica bajo la curva normal que se toma como la confianza, y la intención es buscar el valor *Z* de la variable aleatoria que corresponda a tal área. Por ejemplo: Si se quiere un porcentaje de confianza del 95%, entonces hay que considerar la proporción correspondiente, que es 0.95. Lo que se buscaría en seguida es el valor *Z* para la variable aleatoria *z* tal que el área simétrica bajo la curva normal desde –*Z* hasta *Z* sea igual a 0.95, es decir: $P(-Z<z<Z)=0.95$.

Utilizando las tablas para funciones de distribución normal[5], se puede determinar el valor de *Z*, que en este caso sería 1.96 (con una aproximación a dos decimales). Esto quiere decir que $P(-1.96<z<1.96)=0.95$.

Por ejemplo: Si se intenta reducir el número de lecturas de iluminancia, y con ello construir una matriz muestra de iluminancias, que sea representativa de la matriz de iluminancias originalmente obtenida aplicando el procedimiento sugerido por la IESNA -expuesto en el apartado anterior (4.3.1)- y se sabe que el tamaño de la población es de 2278 lecturas, para un plano de trabajo de 40.00 metros de largo por 20.00 metros de ancho, con alturas de montaje de 3.00 metros de sus luminarias. Considerando una confianza del 95% para la que *Z* es de 1.96, con un porcentaje de error del 5%, y valores de variabilidad positiva y negativa de 0.5 por no existir una prueba previa, si se aplica la ecuación 4.4 se obtiene el tamaño de la muestra:

$$n = \frac{Z^2 pqN}{NE^2 + Z^2 pq} = \frac{(1.96)^2(0.5)(0.5)(2278)}{(2278)(0.05)^2 + (1.96)^2(0.5)(0.5)} = 328.72 \rightarrow 329$$

La matriz muestra de iluminancias deberá contener entonces al menos 329 lecturas. Esta matriz deberá distribuirse sobre el plano de trabajo, respetando la relación entre el largo y el ancho del área abarcada, que en este caso sería de 40/20 = 2, dicha relación deberá igualarse a la existente entre el número de columnas y filas de la matriz:

$$n = (filas)(columnas) = 329$$
$$\frac{largo}{ancho} = \frac{columnas}{filas} = 2$$

[4] Lohr, S.L. ***"Muestreo: Diseño y Análisis"***, 1ª edición. Internacional Thomson Editores. México, D.F. 2000. p 39.
[5] Miller, I.R. Freund, J.E. & Johnson, R. ***"Probabilidad y Estadística para Ingenieros"***. 4ª edición, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A. México, D.F. 1992. p 581.

Despejando de la segunda expresión el número de columnas y sustituyendo en la primera ecuación se tiene el número de filas y consecuentemente el número de columnas:

$$columnas = 2(filas)$$
$$(filas)(2)(filas) = 2(filas)^2 = 329$$
$$filas = \sqrt{\frac{329}{2}} = 12.83 \rightarrow 13$$
$$columnas = 2(13) = 26$$

Se tendría que evaluar entonces, una matriz que contenga 13 filas por 26 columnas, es decir se requeriría de 338 lecturas en un proceso ágil comparado con el que de origen exigía 2278. Los resultados obtenidos ofrecerían un margen de error del 5% con un nivel de confianza del 95% (ver ejemplo de evaluación comparativa en el Anexo V).

Simplificando el procedimiento, con el fin de obtener el número de lecturas necesarias para construir la matriz muestra de iluminancias, para márgenes de error del 5% y niveles de confianza del 95%, la expresión por aplicar sería la mostrada en la ecuación 3.5.

$$n = \frac{0.9604N}{0.025N + 0.9604} \qquad \text{Ecuación 3.5}$$

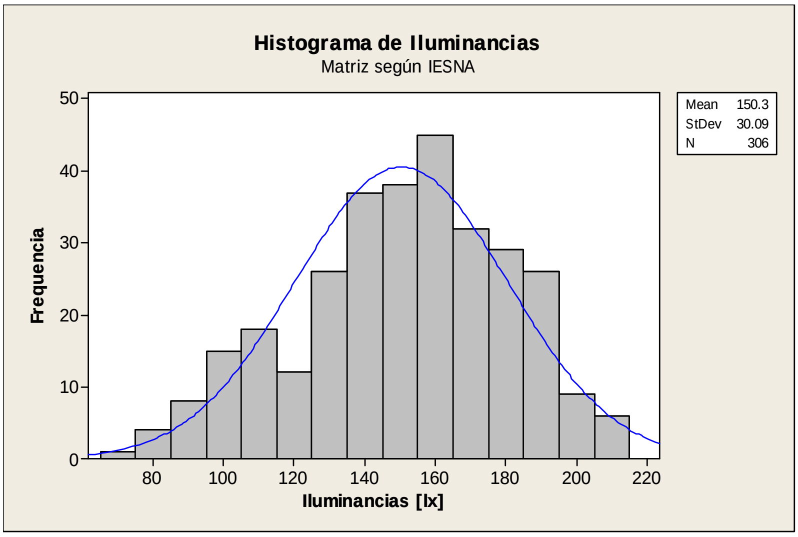
Anexo

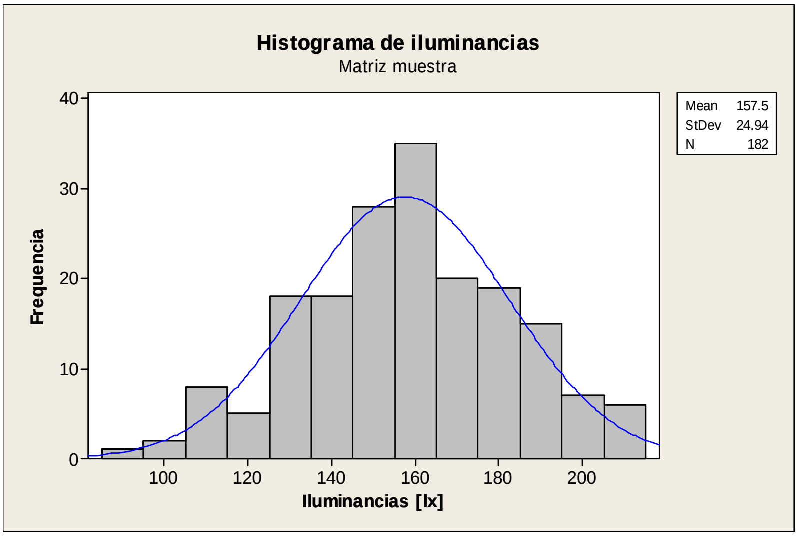
Comparación de los resultados de la evaluación a la iluminación de un salón de clases.

Largo: 7.90 m
Ancho: 7.50 m
A.M: 2.20 m

Resultados de la evaluación		
Concepto	Matriz según IESNA	Matriz muestra
Columnas	17	13
Filas	18	14
Celdas evaluadas	306	182
Iluminancia media	150.30	157.50

Histogramas de frecuencias





$$\%error = \left(\frac{\left| \overline{E}_{matrizIESNA} - \overline{E}_{MatrizMuestra} \right|}{\overline{E}_{matrizIESNA}} \right) 100 = \left(\frac{\left| 157.50 - 150.30 \right|}{157.50} \right) 100 = 4.57\%$$